

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛАРУСИ
ИНСТИТУТ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА им. А. В. ЛЫКОВА
Журнал основан в январе 1958 г.

ИФЖ

И
НЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ
ЖУРНАЛ

JOURNAL
OF ENGINEERING PHYSICS
AND THERMOPHYSICS

Отдельный оттиск
Offprint

Том 89, № 3
Vol. 89, No. 3

МАЙ–ИЮНЬ
MAY–JUNE

2016

ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Основан в январе 1958 г.

2016. ТОМ 89, № 3 (МАЙ–ИЮНЬ)

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕПЛОПЕРЕНОС ПРИ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЯХ

- Акулич П. В.** Тепломассообмен капли раствора при комбинированном энергетическом воздействии и углублении зоны испарения.....527
- Захаревич А. В., Кузнецов Г. В., Стрижак П. А.** Экспериментальное исследование изменения температуры в центре капли воды в процессе ее испарения в разогретом воздухе.....537
- Бочкарева Е. М., Немцев В. А., Сорокин В. В., Терехов В. В., Терехов В. И.** Снижение давления пара при конденсации на холодных каплях жидкости.....542

ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА В НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ

- Асташинский В. В., Богач М. И., Бурачевский А. В.** Моделирование динамики микро- и макрочастиц в комбинированной газоразрядной установке.....548
- Барышников А. С., Басаргин И. В., Бобашев С. В., Монахов Н. А., Попов П. А., Сахаров В. А., Чистякова М. В.** Изучение эффекта снижения проводимости перед ударной волной в плазме тлеющего разряда.....555

ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОС В ПРОЦЕССАХ ГОРЕНИЯ

- Овчинников В. А., Якимов А. С.** Моделирование тепловой защиты многослойного материала в условиях пожара.....559
- Порязов В. А., Крайнов А. Ю.** Расчет скорости горения металлизированного смесового твердого топлива с учетом распределения агломератов по размерам.....568
- Павлов В. А., Герасимов Г. Я.** Воспламенение водородно-кислородных смесей за фронтом падающей ударной волны.....575

ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОС В ДИСПЕРСНЫХ И ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

- Авраменко А. А., Дмитренко Н. П., Тыринов А. И.** Ренормгрупповой анализ устойчивости турбулентных потоков в пористых средах.....580
- Рудобашта С. П., Кошелева М. К., Карташов Э. М.** Математическое моделирование эстрагирования целевого компонента из тел цилиндрической формы в полунепрерывном процессе.....595
- Шулюпин А. Н.** Устойчивость течения в пароводяной геотермальной скважине.....603
- Афанасьев А. М., Сипливый Б. Н.** Обобщение понятия температуры мокрого термометра на случай электромагнитной сушки.....610
- Федоров С. С., Губинский М. В., Форись С. Н.** Математическое моделирование структурных свойств плотного и кипящего слоев.....617
- Коновалов Д. А.** Экспериментальные исследования тепломассопереноса в микроканальных теплообменных элементах.....625

ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА В РЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕДАХ

- Шиповская А. Б., Абрамов А. Ю., Пышнограй Г. В., Al Joda Hyder Nadom Aziz.** Реологические свойства воднокислотных растворов хитозана: эксперимент и расчеты вискозиметрических функций на основе мезоскопической модели.....632
- Мерзликина Д. А., Пышнограй Г. В., Пивоконский Р., Филип П.** Реологическая модель для описания вискозиметрических течений расплавов разветвленных полимеров.....643

ГИДРОГАЗОДИНАМИКА В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Волков К. Н., Емельянов В. Н., Денисихин С. В. Формирование вихревых структур в предсопловом объеме двигателя с поворотным управляющим соплом	652
Бахтин Б. И., Ивашов А. И., Кузнецов А. В., Скороходов А. С. Формирование зон с максимальной интенсивностью ультразвуковой кавитации в однокомпонентных и многокомпонентных средах	662
Гувернюк С. В., Зубков А. Ф., Симоненко М. М. Экспериментальное исследование сверхзвукового обтекания осесимметричной кольцевой каверны	670
Замураев В. П., Калинина А. П. Воздействие приповерхностных энергетических импульсов на сверхзвуковое течение в канале переменного сечения	680
Добросельский К. Г. Применение PIV метода для исследования течения вблизи поперечно обтекаемого цилиндра	687

НАНОСТРУКТУРЫ

Ажаронк В. В., Белоус Н. Х., Родцевич С. П., Гончарик С. В., Чубрик Н. И., Кошевар В. Д., Лопатько К. Г., Афтандиянц Е. Г., Веклич А. Н., Борецкий В. Ф., Орлович А. И. Влияние акустического и электромагнитного воздействий на свойства водных дисперсий наночастиц, используемых в качестве жидкостей затворения стоматологического цемента	694
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕПЛООБМЕН В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Старостин Н. П., Аммосова О. А. Моделирование теплового процесса сварки полиэтиленовых труб встык при низких температурах	706
Цирлин А. М., Кузьмин В. А. Оптимальная организация и предельные возможности систем отопления с тепловым насосом	714

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Кузнецов Г. В., Кац М. Д. Влияние длительности теплового воздействия на погрешности определения теплофизических характеристик керамических материалов методом лазерного импульса	722
Незовитина М. А., Богатырев А. Ф., Макеенкова О. А. Зависимость термодиффузионной постоянной смесей двух газов от добавки третьего	728

РАЗНОЕ

Борейшо А. С., Ильин М. Ю., Коняев М. А., Михайленко А. С., Морозов А. В., Страхов С. Ю. Комплексообразование в оптоэлектронных системах	736
Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Недбай А. Я. Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами и пустотелым цилиндром при действии осевых сил	742
Хентов В. Я., Хуссейн Х. Х. Связь структурных параметров твердого тела с кинетикой донорно-акцепторного взаимодействия в гетерогенных системах	748

ОБЗОРЫ

Kakaç S. and Pramuanjaroenkij A. Analysis of Convective Heat Transfer Enhancement by Nanofluids: Single-Phase and Two-Phase Treatments	752
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Ответственный за выпуск: Л. Н. Шемет

Подписано в печать 02.05.2016. Формат 60×84¹/₈. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 30,69. Уч.-изд. л. 25,41. Тираж 113 экз. Заказ 92.

Отпечатано в Республиканском унитарном предприятии «Издательский дом «Беларуская навука».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий №1/18 от 02.08.2013.
ЛП № 02330/455 от 30.12.2013.

220141, г. Минск, ул. Ф. Скорины, 40

УДК 621.1

*А. М. Цирлин, В. А. Кузьмин***ОПТИМАЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ СИСТЕМ ОТОПЛЕНИЯ С ТЕПЛОВЫМ НАСОСОМ**

Получены оценка снизу для затрат энергии на отопление (поддержание заданного распределения температур в системе сообщающихся камер) и соответствующие этой оценке распределения суммарных коэффициентов теплообмена и температуры рабочего тела теплового насоса при его контакте с камерами и окружающей средой.

Ключевые слова: системы отопления, диссипация, распределение температур, неравновесные температурные поля.

Введение. Одной из основных задач термодинамики с момента ее возникновения является оценка предельных возможностей термодинамических систем. С развитием термодинамики такие оценки уточнялись и расширялась их номенклатура. Так, С. Карно оценил сверху КПД тепловой машины [1]. И. Новиков [2], а позднее независимо от него Ф. Курзон и Б. Альбурн [3], нашли оценку ее предельной мощности в предположении, что цикл состоит из двух изотерм и двух адиабат. Л. Розоноэр и А. Цирлин [4] доказали, что оценка Новикова–Курзона–Альбурна справедлива и без предположения о форме цикла и нашли максимум КПД тепловой машины при любой мощности, меньшей предельной, а также предельные значения отопительного и холодильного коэффициентов для необратимых и обратных циклов при заданной интенсивности потоков.

Рост стоимости энергии делает особенно актуальным получение термодинамических оценок для затрат энергии в тех областях, где эти затраты особенно велики. На отопление и кондиционирование зданий и поддержание заданного поля температур в криогенных и высокотемпературных системах человечество тратит больше энергии, чем на химию и металлургию вместе взятые.

Одним из возможных способов реализации системы отопления является использование тепловых насосов. Целесообразность такого выбора зависит от стоимости топлива, температуры окружающей среды и других факторов. При принятии решения важно знать, какую минимальную энергию потребуется затратить. Поэтому задача термостатирования (поддержания неравновесной конфигурации температурного поля в системе сообщающихся друг с другом помещений (камер) с минимальными затратами энергии) является весьма сложной и актуальной.

В настоящей работе рассмотрен частный случай такой задачи, касающийся отопления. В этом случае тепловые потоки, которые необходимо оптимально распределить между камерами, неотрицательны. При использовании для отопления теплового насоса он подает теплоту в каждую из камер так, чтобы в ней поддерживалась заданная температура. Поток теплоты, подаваемой в каждую камеру, зависит от температуры рабочего тела теплового насоса и площади (коэффициента) теплообмена. Общая площадь теплообмена, а значит и соответствующий коэффициент, ограничены.

При проектировании системы нужно так выбрать температуры контакта и коэффициенты теплообмена теплового насоса для каждой камеры, чтобы общая затрачиваемая для отопления мощность была минимальной. Решение данной задачи дает оценку снизу для энергии, которую нужно затратить в стационарном режиме на отопление здания при заданной наружной температуре.

Институт программных систем им. А. К. Айламазяна РАН. 152021, Ярославская обл., Переславский р-н, с. Вельково, ул. Петра Первого, 4; э-почта: psi@botik.ru. Поступила 13.04.2015.

Система отопления с тепловым насосом при фиксированной температуре камер. *Постановка задачи.* Будем рассматривать систему, состоящую из n помещений (камер), каждое из которых характеризуется температурой T_i ($i = \overline{1, n}$), резервуара (окружающей среды) с температурой T_0 и теплового насоса, потребляющего мощность P и поддерживающего заданное стационарное распределение температур в системе.

Будем полагать, что теплоперенос линейно зависит от разности температур так, что поток теплоты между i -й и j -й камерами равен

$$q_{ij} = \alpha_{ij}(T_i - T_j), \quad (1)$$

причем коэффициенты теплообмена α_{ij} для всех i от нуля до n заданы, при этом $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$. Если камеры не контактируют друг с другом или не имеют наружных стен, то соответствующий коэффициент теплообмена равен нулю.

Первоначально будем считать, что все температуры T_i ($i = \overline{0, n}$) заданы, причем $T_i > T_0$ при $i > 0$, (задача отопления). Искомыми в задаче являются температуры рабочего тела $u_i > 0$ ($i = \overline{0, n}$) при контакте с резервуаром и камерами, а также коэффициенты $\alpha_i > 0$ ($i = \overline{0, n}$), связанные условием

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i = \bar{\alpha}, \quad (2)$$

где коэффициент $\bar{\alpha}$ определяется суммарной поверхностью контакта рабочего тела теплового насоса при его теплообмене с окружающей средой и камерами, т. е. в конечном счете, размерами теплового насоса. Выбор искомых переменных будем проводить по условию минимума потребляемой мощности P . Формализуем поставленную задачу, введя следующее обозначение для суммарного потока теплоты от i -ой камеры к ее окружению:

$$q_{iV} = \sum_{j=0}^n \alpha_{ij}(T_i - T_j), \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Если для некоторой камеры поток $q_{iV} = 0$, камеру будем называть пассивной. Температура такой пассивной камеры по условию (3) равна

$$T_i^{\min} = \frac{\sum_{j=0}^n \alpha_{ij} T_j}{\sum_{j=0}^n \alpha_{ij}}. \quad (4)$$

Тепловой насос не контактирует с пассивными камерами, поскольку температура в них поддерживается на заданном уровне за счет теплообмена с другими камерами.

По условию теплового баланса поток теплоты от теплового насоса в i -ю камеру равен

$$q_i = \alpha_i(u_i - T_i) = q_{iV} \geq 0, \quad i = \overline{1, \dots, n}. \quad (5)$$

Эти потоки в системах отопления заведомо неотрицательны.

Распределение поверхностей контакта и выбор температур рабочего тела. Первоначально рассмотрим индивидуальные системы отопления, когда каждую камеру отапливает свой тепловой насос. Нужно найти такие коэффициенты α_{i0} и α_i , а также температуры u_{i0} и u_i рабочего тела теплового насоса, чтобы выполнялось условие для мощности

$$P_i = q_{iV} - q_{i0} = q_{iV} - \alpha_{i0}(T_0 - u_{i0}) \rightarrow \min. \quad (6)$$

Поскольку первое слагаемое в (6) фиксировано, то задача сводится к максимизации второго слагаемого при ограничениях на суммарный коэффициент теплообмена и условиях энтропийного баланса рабочего тела:

$$\alpha_{i0} + \alpha_i = \bar{\alpha}_i, \quad (7)$$

$$\frac{q_{i0}}{u_{i0}} = \frac{\alpha_{i0}(T_0 - u_{i0})}{u_{i0}} = \frac{q_{iv}}{u_i}, \quad (8)$$

при этом, как следует из (5), $\alpha_i(u_i) = \frac{q_{iv}}{u_i - T_i}$.

Из (7) имеем $\alpha_{i0}(u_i) = \bar{\alpha}_i - \alpha_i(u_i)$. Исключая u_{i0} из (8), получаем

$$q_{i0} = \alpha_{i0}(T_0 - u_{i0}) = \frac{q_{iv}\alpha_{i0}(u_i)T_0}{q_{iv} + \alpha_{i0}(u_i)u_i} \rightarrow \max_{u_i}. \quad (9)$$

Условие максимума этого выражения по u_i приводит к равенству

$$\frac{dq_{i0}}{du_i} = 0 \rightarrow \alpha_i = \frac{q_{iv}}{u_i - T_i} = \frac{\bar{\alpha}_i}{2}. \quad (10)$$

Оптимальное решение для каждой камеры имеет вид

$$\alpha_{i0}^* = \alpha_i^* = 0.5\bar{\alpha}_i, \quad (11)$$

$$u_i^* = T_i + 2 \frac{q_{iv}}{\bar{\alpha}_i}, \quad q_{i0}^* = \frac{\bar{\alpha}_i q_{iv} T_0}{4q_{iv} + \bar{\alpha}_i T_i}, \quad u_{i0}^* = \frac{T_0(2q_{iv} + \bar{\alpha}_i T_i)}{4q_{iv} + \bar{\alpha}_i T_i}, \quad (12)$$

$$P_{\min}^i = q_{iv} - q_{i0}^* = q_{iv} \frac{4q_{iv} + \bar{\alpha}_i(T_i - T_0)}{4q_{iv} + \bar{\alpha}_i T_i}. \quad (13)$$

Таким образом, при заданных температурах во всех помещениях и в окружающей среде, коэффициентах теплообмена между ними и суммарном коэффициенте (поверхности) теплообмена теплового насоса минимальный поток теплоты, необходимый для отопления каждой камеры q_{iv} , и минимальные затраты мощности определяются из выражения (13).

Взаимосвязанные системы. Будем предполагать, что ограничения на общую стоимость системы отопления диктуют ограничения на общую поверхность теплообмена тепловых насосов:

$$\sum_i \bar{\alpha}_i = \bar{\alpha}, \quad \bar{\alpha}_i \geq 0. \quad (14)$$

Найдем такое распределение $\bar{\alpha}_i$, чтобы

$$P = \sum_i P_{\min}^i(\bar{\alpha}_i) \rightarrow \min \left(\sum_i \bar{\alpha}_i = \bar{\alpha} \right). \quad (15)$$

Условия оптимальности этой задачи приводят к равенству [5]

$$\frac{dP_{\min}^i}{d\bar{\alpha}_i} = \lambda_0, \quad i = 1, 2, \dots$$

Откуда имеем

$$\frac{q_{iv}}{4q_{iv} + \bar{\alpha}_i T_i} = \lambda_0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (16)$$

Соотношение (16) совместно с равенством (14) определяют оптимальное распределение поверхностей теплообмена между индивидуальными отопителями и, после подстановки в (15), минимум суммарной мощности. Здесь и далее для краткости обозначим суммарный поток энтропии за счет теплообмена в термостатируемой системе как

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{q_{iv}}{T_i} . \quad (17)$$

С учетом введенного обозначения получим

$$\bar{\alpha}_i^* = \bar{\alpha} \frac{q_{iv}}{AT_i} . \quad (18)$$

Таким образом, оптимальные суммарные коэффициенты теплообмена теплового насоса для каждой из камер должны быть пропорциональны потоку энтропии при обмене данной камеры с окружением. Отметим, что величина суммарного потока энтропии за счет теплообмена A определена условиями задачи. Подстановка значений $\bar{\alpha}_i^*$ в условия (12), (13) приводит к выражениям

$$u_i^* = T_i \left(1 + 2 \frac{A}{\alpha_i} \right), \quad u_{i0}^* = T_0 \frac{2 + \bar{\alpha}/A}{4 + \bar{\alpha}/A} = u_0^*, \quad \forall i . \quad (19)$$

Таким образом, при оптимальном распределении поверхностей теплообмена температуры контакта тепловых насосов с окружающей средой должны быть одинаковыми. Это означает, что в системе с общим тепловым насосом (рис. 1) при оптимальном распределении поверхностей контакта рабочего тела с камерами площадь контакта его рабочего тела с окружающей средой должна быть такова, чтобы коэффициент α_0 был равен половине общего коэффициента $\bar{\alpha}$, а температура контакта рабочего тела с резервуаром u_0^* должна выбираться по формуле (19). Температуры и площади контакта рабочего тела с камерами те же, что и для индивидуальных систем отопления.

Минимальные затраты мощности в системе с оптимальным распределением поверхностей равны

$$P_{\min}^* = \sum_{i=1}^n q_{iv} - \frac{\bar{\alpha}T_0A}{\bar{\alpha} + 4A} = \sum_{i=1}^n q_{i0} - \frac{\bar{\alpha}T_0A}{\bar{\alpha} + 4A} . \quad (20)$$

Возможность выбора температур части камер. В реальных системах отопления температуры фиксированы только в части помещений. В этом случае температуры остальных помещений (свободные температуры) нужно поддерживать на таком уровне, чтобы потребляемая тепловым насосом мощность была минимальной. При этом нужно учитывать, что температура не может быть меньше своего минимального значения, определяемого условием (4).

Пусть T_v — свободная температура, ее изменение вызовет изменение потока q_{vv} , от которого зависят как первое, так и второе слагаемые в (20). Первое из них возрастает с ростом температуры и связанного с ней потока теплоты в v -й камере, а второе уменьшается, но так, что суммарное значение затрачиваемой мощности растет. Поэтому минимальным затратам мощности соответствует минимальное значение T_v , совместимое с условием неотрицательности q_{vv} . Таким образом, температура в камере должна выбираться по условию (4), а в выражениях для A и для минимальной мощности поток тепла равен нулю: $q_{vv} = 0$. При распределении поверхности контакта она для помещений со свободными температурами оказывается равной нулю.

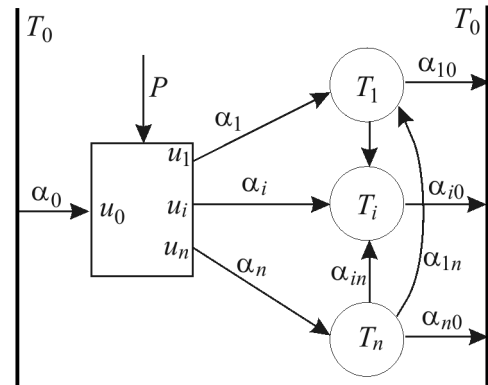


Рис. 1. Структура системы отопления

Система отопления при температуре рабочего тела, одинаковой для всех камер. Рассмотрим задачу отопления при помощи теплоносителя с одинаковой температурой u_1 для всех камер. Примером может служить водяное или воздушное отопление, когда теплоноситель первоначально нагревают до температуры u_1 , а потом распределяют по камерам. Поскольку при данном типе отопления возможно только подавать тепло в помещения, а не отбирать его, то не все температурные поля могут быть реализованы. Для определенности будем полагать, что $u_1 \geq T_i \forall i$ и рассматривать задачу отопления. Для того, чтобы выбранная конфигурация была реализуема, необходимо выполнение следующего условия:

$$q_{iv} = \sum_{j=0}^n \alpha_{ij}(T_i - T_j) \geq 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (21)$$

Формализуем задачу о минимальной мощности для данной системы, предполагая, что все $q_{iv} \geq 0$:

$$P = \sum_{i=1}^n \alpha_i(u_1 - T_i) - \alpha_0(T_0 - u_0) = \sum_{i=1}^n q_{iv} - \alpha_0(T_0 - u_0) \rightarrow \min_{\alpha_i, u_1, u_0}, \quad (22)$$

при условии энтропийного баланса рабочего тела теплового насоса

$$\frac{1}{u_1} \sum_{i=1}^n q_{iv} - \frac{q_0}{u_0} = 0, \quad (23)$$

энергетического баланса для каждого из помещений

$$q_{iv} = \alpha_i(u_1 - T_i) = \sum_{j=0}^n \alpha_{ij}(T_i - T_j), \quad i = \overline{1, n}, \quad (24)$$

и суммарного ограничения на поверхность теплообмена

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i = \bar{\alpha}. \quad (25)$$

Поскольку при фиксированных температурах камер T_i и коэффициентах теплообмена между ними α_{ij} в силу (24) первое слагаемое в правой части (22) фиксировано, задача сводится к максимизации потока, отбираемого от резервуара:

$$q_0 = \left(\bar{\alpha} - \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) (T_0 - u_0) \rightarrow \max_{\alpha_i, u_1, u_0}, \quad (26)$$

при условиях (23)–(25).

Условия оптимальности. Рассмотрим задачу (26) при условиях (23)–(25). Исключим u_0 из (23) и (25):

$$u_0 = T_0 \frac{\alpha_0}{\frac{1}{u_1} \bar{q} + \alpha_0}, \quad (27)$$

где $\bar{q} = \sum_{i=1}^n q_{iv}$ — суммарный поток теплоты. Величина α_0 зависит от u_1 в силу того, что она равна $\bar{\alpha} - \sum_{i=1}^n \alpha_i$. Выразим α_i из (24):

$$\alpha_i(u_1) = \frac{q_{iv}}{u_1 - T_i}. \quad (28)$$

Введем обозначение $\sigma(u_1) = \frac{\bar{q}}{u_1}$ и запишем поток теплоты q_0 через α_0 в форме

$$q_0 = \alpha_0(u_1)(T_0 - u_0) = T_0 \frac{\alpha_0(u_1)\sigma(u_1)}{\alpha_0(u_1) + \sigma(u_1)}. \quad (29)$$

Это выражение зависит от переменной u_1 , условие максимума q_0 по ней имеет вид

$$\frac{\partial q_0}{\partial u_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \alpha_0}{\partial u_1} \sigma^2(u_1) + \frac{\partial \sigma}{\partial u_1} \alpha_0^2(u_1) = 0. \quad (30)$$

Поскольку

$$\frac{\partial \alpha_0}{\partial u_1} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{(u_1 - T_i)^2}, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial u_1} = -\frac{1}{u_1^2} \bar{q},$$

то условие оптимальности (30) приводит к уравнению

$$\bar{q} \sum_{i=1}^n \frac{q_{iv}}{(u_1 - T_i)^2} = \left(\bar{\alpha} - \sum_{i=1}^n \frac{q_{iv}}{u_1 - T_i} \right)^2. \quad (31)$$

Решив уравнение (31), находим оптимальное значение u_1^* и, по формулам (27) и (28), соответствующие ему значения u_0^* и α_i^* , что определяет, после подстановки в равенства (26) и (22), величину минимальной мощности, необходимой для поддержания заданного температурного поля. Ясно, что минимальная потребная мощность в этом случае больше той, которая найдена в предыдущем разделе.

Помещения со свободной температурой. Если температуры части помещений T_v ($v = \overline{1, m}$) не заданы, то их следует выбирать из условия минимизации затрачиваемой мощности (22) с учетом (26)–(28). Этот минимум, как и в задаче с индивидуальным выбором температур теплоносителя, соответствует минимуму свободных температур, совместимому с условием неотрицательности потоков. Таким образом, температуры T_v ($v = \overline{1, m}$) выбирают из условия (4), а поверхности контакта равны нулю, а значит, и $\alpha_v = 0$.

Примеры решения задач оптимизации отопления для систем с тепловым насосом. Пример 1. Система из двух камер с индивидуальными преобразователями и общей внешней средой. Рассматриваемая система представлена на рис. 2. Заданы температуры камер $T_1 = 300$ К и $T_2 = 295$ К, температура внешней среды $T_0 = 270$ К, коэффициент теплообмена между камерами $\alpha_{12} = 100$, коэффициенты теплообмена камер с внешней средой $\alpha_{10} = 20$ и $\alpha_{20} = 30$, суммарные коэффициенты теплообмена (поверхности контакта) для рабочего тела тепловых насосов при обмене с окружающей средой и камерами $\alpha_1 + \alpha_1^0 = \bar{\alpha}_1 = 40$, $\alpha_2 + \alpha_2^0 = \bar{\alpha}_2 = 80$, $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2 = 120$. Требуется найти минимум потребляемой мощности и соответствующие ему распределения коэффициентов теплообмена и температуры рабочего тела при контакте с внешней средой u_{10} , u_{20} и при контакте с камерами u_1 , u_2 .

Поток теплоты от теплового насоса в первую камеру равен

$$q_{1v} = \alpha_{12}(T_1 - T_2) + \alpha_{10}(T_1 - T_0) = 100 \cdot 5 + 20 \cdot 30 = 1100,$$

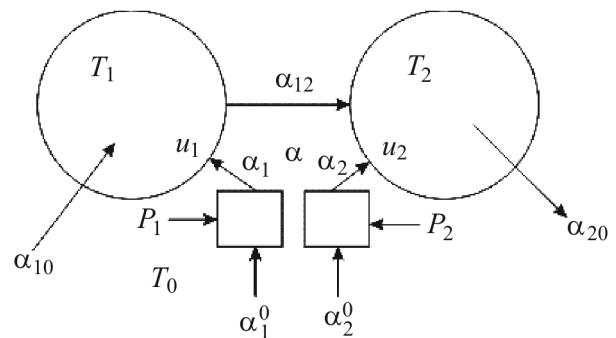


Рис. 2. Двухкамерная система с общей внешней средой

поток теплоты от теплового насоса во вторую камеру равен

$$q_{2v} = \alpha_{12}(T_2 - T_1) + \alpha_{20}(T_2 - T_0) = -100 \cdot 5 + 30 \cdot 25 = 250 .$$

Таким образом, как следует из формулы (19), величина суммарного производства энтропии за счет теплообмена составляет

$$A = \frac{1100}{300} + \frac{250}{295} = 4.51 .$$

Температуры контакта рабочего тела тепловых насосов с камерами, как следует из (19), равны

$$u_1 = 300 \left(1 + 2 \frac{4.51}{40} \right) = 367.65, \quad u_2 = 295 \left(1 + 2 \frac{4.51}{80} \right) = 328.26$$

и температуры контакта рабочего тела тепловых насосов с внешней средой (одинаковы для обоих тепловых насосов) равны

$$u_{10}^* = u_{20}^* = 270 \left(\frac{2 + \frac{120}{4.51}}{4 + \frac{120}{4.51}} \right) = 252.35 .$$

Минимальные затраты мощности в системе, определяемые по формуле (20), составляют

$$P_1 = 1100 \frac{4 \cdot 1100 + 40(300 - 270)}{4 \cdot 1100 + 40 \cdot 300} = 375.61 ,$$

$$P_2 = 250 \frac{4 \cdot 250 + 80(295 - 270)}{4 \cdot 250 + 80 \cdot 295} = 30.49 , \quad P = 375.61 + 30.49 = 406.09 .$$

Оптимальное распределение поверхности теплообмена для тепловых насосов, определяемое по (20), равно

$$\bar{\alpha}_1^* = 120 \frac{1100}{4.51 \cdot 300} = 97.56 , \quad \bar{\alpha}_2^* = 120 \frac{250}{4.51 \cdot 295} = 22.54 .$$

Удельный коэффициент теплообмена теплового насоса зависит от коэффициента теплоотдачи между воздухом и металлом теплообменника, от коэффициента теплопроводности металлической стенки и от коэффициента теплоотдачи между металлической стенкой и теплоносителем. Как правило, две последние величины значительно превышают первую и коэффициент теплообмена не намного меньше коэффициента теплоотдачи при контакте с воздухом. Он составляет приблизительно $35 \text{ Вт}/(\text{К} \cdot \text{м}^2)$. Таким образом, поверхность контакта теплового насоса с окружающей средой составляет примерно $97.56/35 = 2.8 \text{ м}^2$.

Пример 2. Температура первой камеры фиксирована, температура второй свободна. Рассмотрим ту же систему, что и в предыдущем примере с той разницей, что температура T_2 не фиксирована. Заданы следующие параметры: $T_1 = 300 \text{ К}$, температура внешней среды $T_0 = 270 \text{ К}$, коэффициент теплообмена между камерами $\alpha_{12} = 100$, коэффициенты теплообмена камер с внешней средой $\alpha_{10} = 20$ и $\alpha_{20} = 30$ и суммарные коэффициенты теплообмена (поверхности контакта) для рабочего тела тепловых насосов при обмене с окружающей средой и камерами $\alpha_1 + \alpha_1^0 = \bar{\alpha}_1 = 40$, $\alpha_2 + \alpha_2^0 = \bar{\alpha}_2 = 80$, $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2 = 120$. Требуется найти свободную температуру камеры T_2 и соответствующую этому выбору мощность теплового насоса.

По условию (4) температура $T_2 = 293 \text{ К}$. Величина суммарного производства энтропии за счет теплообмена, согласно (19), равна

$$A(T_2) = \frac{100(300 - 293) + 20(300 - 270)}{300} = 4.33 .$$

Мощность, потребная для поддержания температур, снижается по сравнению со случаем фиксированных температур и составляет $P^* = 278.36$.

Заключение. Показано, каким условиям должно удовлетворять оптимальное распределение коэффициентов теплообмена и температуры контактов рабочего тела с отапливаемыми помещениями и с окружением в задаче отопления с использованием тепловых насосов. Полученное при выполнении этих условий значение затрачиваемой мощности может служить оценкой снизу для реализованной системы отопления.

Обозначения

A — производство энтропии; P_i — мощность, необходимая для отопления i -й камеры; q — тепловой поток; T_0 — температура резервуара; T_i — температура i -й камеры; u_i — температура рабочего тела при контакте с i -й камерой; α_{ij} — коэффициент теплообмена между i -й и j -й камерами. Индексы: v — суммарный внешний тепловой поток.

Литература

1. Карно С. Размышление о движущей силе огня и о машинах: в *Второе начало термодинамики*. Москва–Ленинград: Гостехиздат, 1934.
2. Novikov I. I. The efficiency of atomic power stations. *Atomic Energy*. 1957. Vol. 3, No. 11. Pp. 409–412.
3. Curzon F. L. and Ahlborn B. Efficiency of a Carnot engine at maximum power output. *Amer. J. Phys.* 1975. Vol. 43. Pp. 22–24.
4. Розоноэр Л. И., Цирлин А. М. Оптимальное управление термодинамическими системами. *Автоматика и телемеханика*. 1983. № 1–3.
5. Зангвилл У. И. *Нелинейное программирование*. Москва: Сов. радио, 1966.